

# Econométrie

## Répétition 3

### 1. Matière : propriétés d'échantillonnage de l'estimateur MCO et intervalles de confiance

- Interprétation, caractéristiques et déterminants de la distribution d'échantillonnage de  $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)'$ .
- Calcul de  $\hat{s}^2$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$  et  $C\hat{o}v(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$  (+  $s.\hat{e}(\hat{\beta}_1)$  et  $s.\hat{e}(\hat{\beta}_2)$ ), (a) à la main, sous forme détaillée et sous forme matricielle, et (b) à l'aide de GRETL, en utilisant les résultats (output d'estimation et matrice de variance-covariance de  $\hat{\beta}$ ) de la fonction 'Model OLS' et les fonctions de calcul matriciel de GRETL.
- Utilisation des tables des lois normale et de Student fournies dans l'annexe D de HGL (2011).
- Calcul de quantiles des lois normale et de Student à l'aide de GRETL.
- Procédures de calcul et interprétation des intervalles de confiance pour  $\beta_1$  et  $\beta_2$ .

### 2. Exercices

- 1- Calculez  $\hat{s}^2$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$  et  $C\hat{o}v(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$  (+  $s.\hat{e}(\hat{\beta}_1)$  et  $s.\hat{e}(\hat{\beta}_2)$ ), en utilisant les données suivantes :

$y_i$	5	2	3	2	-2
$x_i$	3	2	1	-1	0

- a- Calculez ces valeurs à la main, sous forme détaillée.  
b- Calculez ces valeurs à la main, sous forme matricielle.  
c- Calculez ces valeurs à l'aide de GRETL, en utilisant les résultats de la fonction 'Model OLS'.  
d- Calculez, ces valeurs en utilisant les fonctions de calcul matriciel de GRETL.
- 2- Faites les calculs suivants.

- a- Calculez, à l'aide des tables, les probabilités :

i-  $IP(z < 1, 2)$ ,  $IP(|z| > 1, 7)$ , où  $z \sim N(0, 1)$ .

b- Trouvez, à l'aide des tables, les quantiles :

i-  $z_{0,67}$ ,  $z_{0,025}$ .

ii-  $t_{17;0,025}$ ,  $t_{29;0,975}$ ,  $t_{45;0,95}$ .

c- Calculez, à l'aide de GRETL, les quantiles :

i-  $z_{0,67}$ ,  $z_{0,025}$ .

ii-  $t_{17;0,025}$ ,  $t_{29;0,975}$ ,  $t_{45;0,95}$ ,  $t_{116;0,95}$ .

3- Utilisez les données du fichier R2\_prix.txt et estimez par MCO le modèle :

$$\ln(q_t) = \beta_1 + \beta_2 \ln(p_t) + e_t.$$

Obtenez, à l'aide de GRETL, les valeurs suivantes :

a-  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$ ,  $C\hat{o}v(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ .

b-  $\hat{s}^2$ .

c-  $\hat{y}_0 = \ln(q_t)$ , quand le prix des hamburgers est  $p_0 = 1,50$ . Quelle est la quantité d'hamburgers qui correspond à ce prix ?

d- un intervalle de confiance à 95% pour  $\beta_1$  et pour  $\beta_2$ . Quelle est l'interprétation de l'intervalle de confiance pour  $\beta_2$  ?

4- Utilisez les données du fichier R2\_learning.txt et estimez par MCO le modèle :

$$\ln(u_t) = \beta_1 + \beta_2 \ln(q_t) + e_t.$$

Obtenez, à l'aide de GRETL, les valeurs suivantes :

a-  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_1)$ ,  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$ ,  $C\hat{o}v(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ .

b-  $\hat{s}^2$ .

c- une prévision du coût unitaire de production quand la production cumulée vaut  $q_0 = 2000$ .

d- un intervalle de confiance à 95% pour  $\beta_2$ . Quelle est son interprétation ?

5- Utilisez les données du fichier R2\_production.txt et estimez par MCO le modèle :

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + e_i. \text{ Obtenez, à l'aide de GRETL, les valeurs suivantes :}$$

a- les résidus  $\hat{e}_i$ .

b-  $\hat{s}^2$ .

c-  $V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$ .

d-  $\hat{y}_0$ , pour  $x_0 = 5$ .

e- un intervalle de confiance à 70%, à 90%, à 95% et à 99% pour  $\beta_2$ . Pourquoi l'intervalle de confiance s'agrandit-il lorsqu'on accroît le niveau de confiance  $1 - \alpha$  souhaité ?

6- Le revenu brut ( $= r_i$ ) et les taxes payées ( $= t_i$ ) par 30 entreprises en 1989 sont donnés dans le fichier R3\_tax.txt.

a- Estimez par MCO le modèle :  $t_i = \beta_1 + \beta_2 r_i + e_i$ .

b- Donnez une interprétation de  $\beta_2$ .

c- Trouvez le revenu moyen et donnez une prévision des taxes payées pour ce revenu moyen. Calculez le taux moyen de taxation et le taux marginal de taxation.

d- Supposons que la variance estimée de  $\hat{\beta}_2$  ( $= V\hat{a}r(\hat{\beta}_2)$ ) est la même que la vraie variance  $Var(\hat{\beta}_2)$ , et que  $\hat{\beta}_2$  suit une loi normale. Quelle est la probabilité que l'erreur d'échantillonnage  $|\hat{\beta}_2 - \beta_2|$  soit :

- i- inférieure à 0,04 ?
- ii- inférieure à 0,01 ?